



# Krátkodobá prognóza HDP pomocou mesačných indikátorov

Peter Tóth

IFP

[peter.toth@mfsr.sk](mailto:peter.toth@mfsr.sk)

# I KD prognóza HDP mesačnými indikátormi

- I. Prečo využívať mesačné dáta?
- II. Prehľad rôznych modelov v literatúre
  - A. Veľa indikátorov
  - B. Málo indikátorov
- III. Empirické výsledky – presnosti predikcie
  - USA, eurozóna
  - Stredná Európa
- IV. Ako využiť tieto modely pre Slovensko?
  - Ako ich používame / chceme používať na IFP?



# I. Prečo využívať mesačné dáta?

1. Sú pomerne skoro dostupné
  - HDP: 7-11 týždňov po konci kvartálu (flash - 1.zver)
  - Mesačné indik.: cca. 6 týždňov po konci mesiaca
  - Týždeň pred flashovým HDP máme kompletne mesačné dáta za príslušný kvartál
2. Zvyšujú presnosť prognóz (asi vďaka včasnosti)
  - ... v porovnaní s „čisto kvartálnymi“ modelmi
3. Možnosť kvantifikovať vplyv nových informácií na prognózu HDP
  - analytici sledujú takmer všetky mesačné makrodáta

# I. Prečo využívať mesačné dáta?

Konflikt dvoch cieľov:

1. Presnosť prognózy
2. Mať všetky indikátory v prognóze



- Malé modely sú niekedy presnejšie (<10 indikátorov)
  - vid' španielská štúdia, HDP Španielska a eurozóny
- Analytici chcú hodnotiť veľa indikátorov (>>20)
  - vid' [www.now-casting.com](http://www.now-casting.com) , viaceré krajiny OECD

## II. Prehľad modelov v literatúre



Aplikovaný  
prístup..



## II. Prehľad modelov v literatúre



### A. Veľa indikátorov

1. Principal components (PC): HDP + agregované statické faktory
2. Two-step DFM (2S-DFM): HDP + agregované dynamické faktory
3. GDFM: iný odhad dynamických faktorov
4. Factor-MIDAS: HDP + mesačné faktory inak prepojené

### Vysvetlivky:

$y_{it}^Q$  - rast HDP kvartálne  
 $x_{it}$  - mesačný indikátor

$F_t$  - statický faktor  
 $f_t$  - dynamický faktor

## II. A. Veľa indikátorov

### 1. Principal components (PC):

Statický faktorový model:

rozklad každého  $x_i, i = 1, \dots, N$  na 2 *nepozorované* zložky:

$$x_{it} = \underbrace{\lambda_i F_t}_{\text{spoločná zložka}} + \underbrace{\omega_{i,t}}_{\text{vlastná zložka}} \leftarrow \text{i.i.d. noise}$$

$[1 \times R]$  factor loadings pre  $i$

$F$  je  $[R \times 1]$  vektor spoločných faktorov pre všetky  $x_i$  ( $R < N$ )

predpokladáme že faktory  $F$  sú navzájom ortogonálne

- hovoríme o statických faktoroch

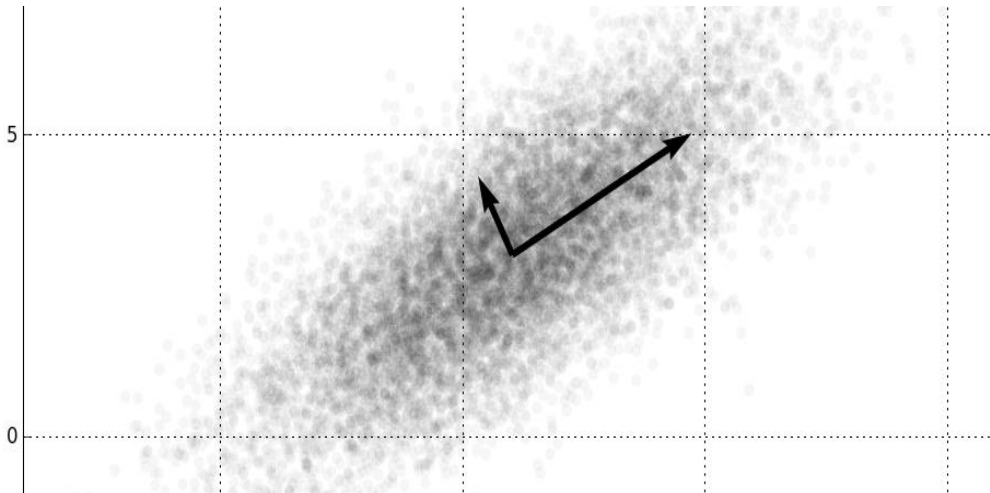
Predpoklady:

$N, T \rightarrow \infty$

$\sum \lambda_i = 1$

## II. A. Veľa indikátorov

### 1. Principal components – ako to približne robí?



- Vychádza z kovariančnej matice
- Položí kolmé „regresné“ priamky
- Koľko premenných, toľko priamok či „faktorov“, no nie všetky sú informatívne
- Výskumník vybere koľko faktorov chce použiť podľa kritérií:
  - pohľad z okna
  - Kaiser
  - broken stick / scree plot
  - X % celkovej variácie
  - Bai and Ng
- Pri zvolenom počte F sa odhadnú  $\lambda_i$  a F



## II. A. Veľa indikátorov

### 1. Principal components (PC):

Prepojenie s HDP na kvartálnej frekvencii („bridging with factors“):

$$y_{t+h}^Q = \mu + \beta' F_t^Q + \varepsilon_{i,t}$$

Prognóza: zmeníme  $h$  v špecifikácii hore

Referencie:

Stock and Watson (JBES 2002) – prognóza mesačných makro dát (U.S.)

Giannone, Reichlin, Small (ECB WP 2006) – bridging with factors, prognóza HDP eurozóny

## II. A. Veľa indikátorov

### 1. Principal components (PC):

Ako to najjednoduchšie vyskúšať?

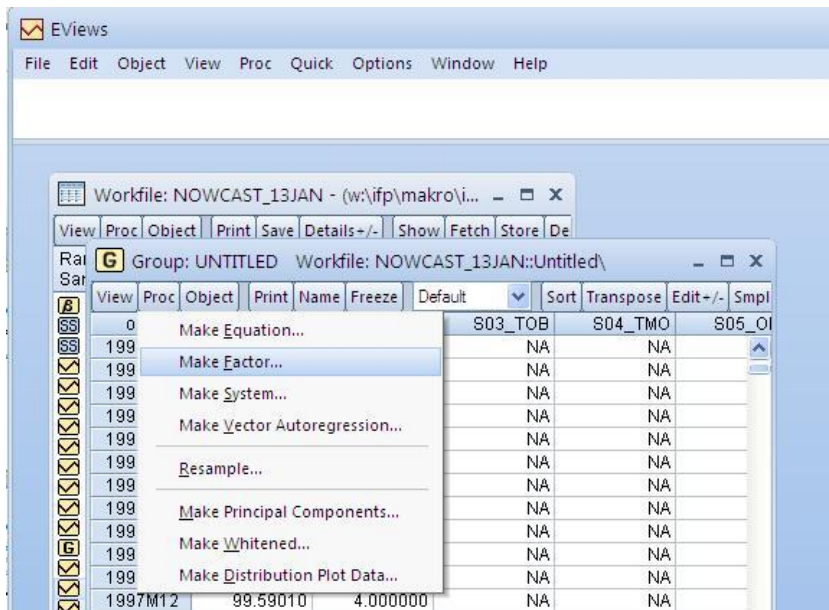
E-Views: Open as Group..

Proc / Make Factor..



Number of Factors:

- Kaiser-Guttman
- User-specified
- ....





## II. A. Veľa indikátorov

### 2. Two-Step DFM (2S-DFM)

#### a) Odhad statickej reprezentácie FM pomocou PC

# faktorov R: Bai & Ng (2002) ~ adjusted R<sup>2</sup>

$$x_{it} = \lambda_i F_t + \omega_{i,t} \quad F \text{ je } [R \times 1]$$

#### b) VAR model na faktoroch F, odhad **A** a **B** cez OLS:

[Q x 1] → 
$$f_t = \sum_{k=1}^P A_k f_{t-k} + B v_{i,t}$$

Q a P podľa kritérií Bai & Ng (2007)

Q je počet primitívnych šokov vo VAR na statické F  
platí že  $R = (P+1) \cdot Q$

$$(F_{1t}, F_{2t}, F_{3t}, F_{4t}) = (f_{1t}, f_{2t-1}, f_{2t}, f_{2t-1})$$

príklad: R = 4, P = 1, Q = 2

## II. A. Veľa indikátorov



- 2. Two-Step DFM (2S DFM)
- c) Pri daných  $A$  a  $B$  aktualizujeme odhad signálu a prognózu  $f$  vo faktorovom modeli cez Kalmanov filter:

$$x_{it} = \lambda_i(L) f_t + e_{i,t} \quad f_{t+h} \text{ získame z KF}$$

- d) Prognóza HDP už kvartálne - „bridging with factors“:

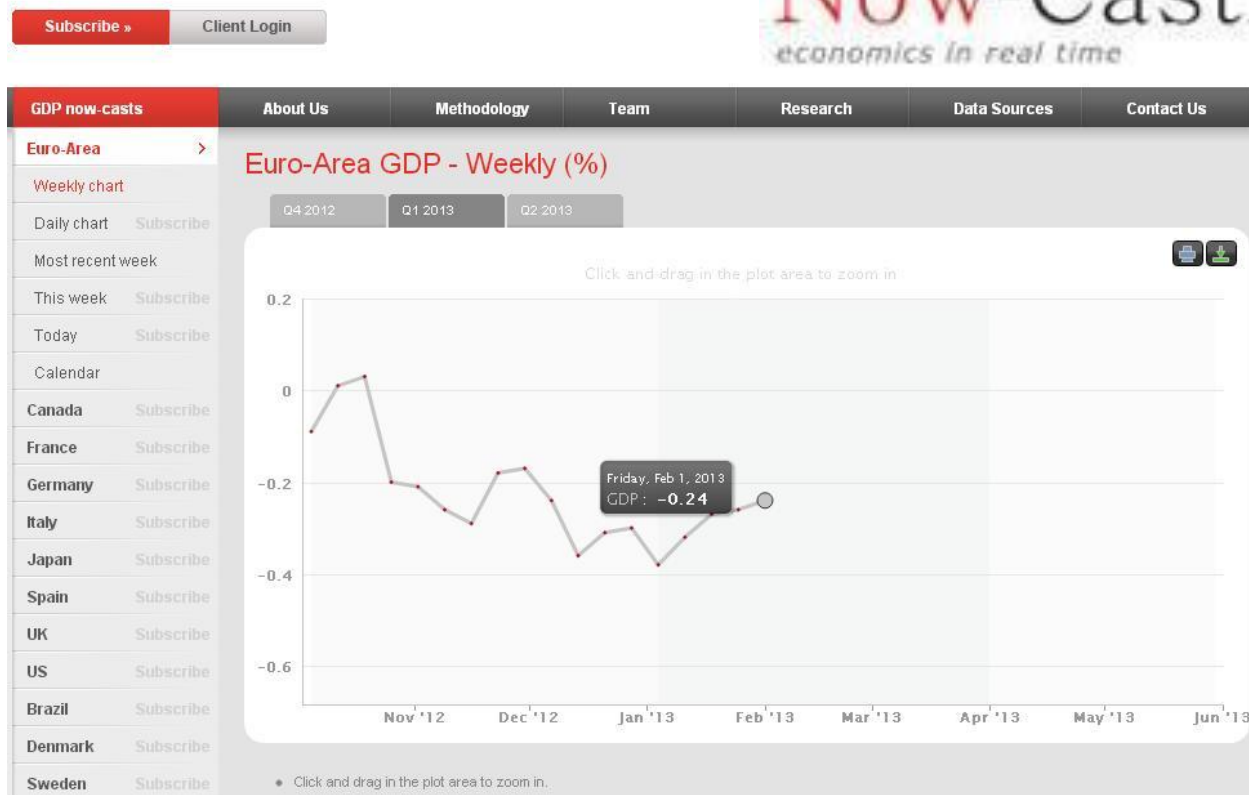
$$y_{t+h}^Q = \mu + \beta' f_{t+h}^Q + \varepsilon_{i,t}$$

# II. A. Veľa indikátorov

## 2. Two-Step DFM (2S DFM)



Now-Casting.com  
economics in real time



## II. A. Veľa indikátorov

### 2. Two-Step DFM (2S DFM)

Referencie:

Teória:

Doz, Giannone, Reichlin (2011) JEmetrics

Bai & Ng (2002 Ecta, 2007 JBES)

Aplikácie:

Giannone, Reichlin, Sala (2004) NBER

Giannone, Reichlin, Small (2005) ECB WP

Barhoumi et al. (2008) ECB OP



## II. A. Veľa indikátorov

### 3. Generalized DFM (one-sided)

$$x_{it} = \lambda_i(L) f_t + e_{i,t} \quad \text{štandardný tvar DFM}$$

Odhad pomocou **Generalized Dynamic PC**:

- # L nie je obmedzený (v statickom PC je:  $N \geq R = (P+1) \cdot Q$ )
- $(e_{it}, e_{jt})$ ,  $i \neq j$  môžu byť „jemne“ korelované
- dynamické vlastné čísla spektrálnej matice hustoty
- berie do úvahy aj časovo posunuté dáta (dynam. korelácie)

**One-sided GDFM**:

- nie sú zahrnuté leady HDP v odhade aby nebol end-point-bias

## II. A. Veľa indikátorov

### 3. Generalized DFM (one-sided)

Výhody:

- Flexibilnejší prístup k dynamike faktorov ako PC a 2S-DFM

Nevýhody:

- Predpoklad:  $N, T \rightarrow \infty$
- Technicky náročný (MATLAB kódy: [dynfactors.org](http://dynfactors.org))
- Faktory sú ešte viac black box ako pri PC



## II. A. Veľa indikátorov

### 3. Generalized DFM

Referencie:

Teória:

Forni, Hallin, Lippi, Reichlin (2000, 2004, 2005), RESt, JEmetr, JASA

Aplikácie:

FHLR (2001, 2003), EJ, JME,

Barhoumi et al (2008), ECB OP,

Marcellino, Schumacher (2008), Oxf B

dáta eurozóny

dáta 9 krajín EU

dáta DE

## II. A. Veľa indikátorov

### 4. Factor-MIDAS

### Mixed DATA Sampling



$$Y_{t+1}^Q = \mu_0 + \mu_1 Y_t^Q + \beta X_t^Q + u_{i,t+1}$$

jednoduchý kvartálny model,  
agregácia indikátorov X: arit. priemer

Zovšeobecnenie podľa MIDAS-u:

$$Y_{t+1}^Q = \mu_0 + \mu_1 Y_t^Q + \beta \sum_{i=1}^P w_i(\theta) X_{i,t}^H + u_{t+1}$$

Kombinácia kvartálnych (Q) a  
vysokofrekvenčných (H) dát

$$\sum_{i=1}^P w_i(\theta) = 1$$

- ..je „weighting scheme“ s parametrom  $\theta$ , napr.:
- rôzne štatistické rozdelenia (beta, gama atď.)
  - polynomy ako Almon lag,
  - konštantné váhy, aritmetický priemer

## II. A. Veľa indikátorov

### 4. Factor-MIDAS

Ak robíme s mesačnými dátami, „Unrestricted MIDAS“:



$$Y_{t+1}^Q = \mu_0 + \mu_1 Y_t^Q + \sum_{i=1}^3 \beta_i X_{i,t}^H + u_{t+1}$$

Ale ak počet indikátorov  $N$  je veľký,  $\beta$  bude  $[3 \times N]$ , preto radšej:

Factor-MIDAS:

$$Y_{t+1}^Q = \mu_0 + \mu_1 Y_t^Q + \sum_{i=1}^3 \beta_i F_{i,t}^H + u_{t+1}$$

Predtým ešte treba odhadnúť faktory, zvyčajne cez PC

## II. A. Veľa indikátorov



### 4. Factor-MIDAS

Referencie:

MIDAS: Ghysels et al. (2003), WP, JFE, JEmetrics

U-MIDAS: Foroni, Marcellino, Schumacher (2012), EA dáta

F-MIDAS: Marcellino & Schumacher (2010), Oxford B, DE dáta

Prognózovanie volatility – denné výnosy, intra-day volatility:

- HYBRID GARCH: Chen, Ghysels, Wang (2011), JTSE



## II. A. Veľa indikátorov

Celkovo pre všetky spomenuté veľké modely:

Výhody:

- Máme veľa indikátorov v prognóze

Nevýhody:

- Veľa indikátorov nie vždy znamená presnejšiu prognózu
- Odhady v 2-3 krokoch – kumulácia špecifikačných chýb
- Technická náročnosť

## II. Prehľad literatúry



### B. Málo indikátorov

1. Bridge equations (BEQ): kvartálne, spriemerovanie prognóz
2. Averaged bivariate VAR: ako hore, len viac dynamiky
3. Malý DFM: state-space model, dynamické faktory
4. U-MIDAS: verzia s málo indikátormi
5. Redukcia počtu indikátorov vo veľkých modeloch

## II. B. Málo indikátorov

### 1. Bridge equations (BEQ)

$$x_t, x_{t+h} \rightarrow x_t^Q, x_{t+h}^Q$$

$$y_t^Q = \mu_i + \sum_{s=0}^{q_i} \beta_{i,s} x_{i,t-s}^Q + \varepsilon_{i,t}$$

$$y_{t+h|t}^Q = N^{-1} \sum_{i=1}^N y_{i,t+h|t}^Q$$



Agregácia indikátorov na kvartálnu frekvenciu (priemery) vrátane prognóz (cez AR procesy)

Bridge equation pre každý pár  $y$  a  $x_i$   
Z každej rovnice urobíme prognózu HDP

Aritmetický priemer prognóz.

## II. B. Málo indikátorov

### 1. Bridge equations

Nevýhody:

- Odhadujeme veľa modelov – kumulácia špecifikačných chýb
- Prognózy mesačných dát propagujú aj šoky špecifické iba pre daný indikátor
  - skúsiť vážený priemer prognóz podľa úspešnosti
  - výber správnych indikátorov – aké selekčné kritériá?

Výhody:

- Jednoduché techniky
- O niečo presnejší ako AR na HDP





## II. B. Málo indikátorov

### 1. Bridge equations

Referencie:

Baffigi et al. (2004), IJForecasting, EA dáta

Barhoumi et al. (2008), ECB OP, dáta EA a 9 krajín EU



## II. B. Málo indikátorov

### 2. Bivariate VAR

$$x_t \rightarrow x_t^Q$$

$$z_{i,t}^Q = \{ y_t^Q, x_{i,t}^Q \}$$

$$z_{i,t}^Q = \mu_i + \sum_{s=0}^{p_i} A_s z_{i,t-s}^Q + \varepsilon_{i,t}^Q$$

$$y_{t+h|t}^Q = N^{-1} \sum_{i=1}^N y_{i,t+h|t}^Q$$



Agregácia indikátorov na kvartálnu frekvenciu (priemery)

VAR(2,p<sub>i</sub>) pre každý pár y a x<sub>i</sub>  
Z každého VAR-u urobíme prognózu HDP

Spriemerovanie prognóz.  
Otázka či nepoužiť vážený priemer s váhami podľa „úspešnosti“ každej rovnice..

## II. B. Málo indikátorov

### 2. Bivariate VAR

Nevýhody:

- Odhadujeme veľa modelov a parametrov
- Prognózy HDP z VAR-ov sú často dosť mimo
  - vážený priemer prognóz
  - výber správnych indikátorov

Výhody:

- Pomerne jednoduchý odhad
- Trochu viac dynamiky ako BEQ
- Býva presnejší ako AR, cca. ako BEQ



www.var.cz



## II. B. Málo indikátorov

### 2. Bivariate VAR

Referencie:

Camba-Mendez, Kapetanios, Smith, Weale (2001), EMetrics J,  
U.K. dáta

Barhoumi et al. (2008), ECB OP, dáta eurozóny a 9 krajín EU



## II. B. Málo indikátorov

### 3. Malý DFM

Camacho, Perez-Quiros (2008), dáta EA

State-space model na mesačnej frekvencii, odhad cez KF:

$$y_t = \lambda_y f_t(L) + e_{y,t}$$

q-o-q rast HDP, chýbajúce pozorovania nahradené náhodnými číslami z  $N(0, \sigma^2)$  bez vplyvu na odhad parametrov

$$x_{it} = \lambda_i f_t + e_{i,t}$$

m-o-m rast indikátorov

9 indikátorov: IP, tržby v m.o., X, nové objedn., ESI, IFO, 2 PMI



## II. B. Málo indikátorov

### 3. Malý DFM

Ďalšia novinka štúdie: [modelovanie revízií HDP](#)

Dáta: historické verzie HDP aj indikátorov

Špecifikácia 3 verzií HDP v modeli:

$$y_t^{flash} = y_t^{2.odhad} + e_{1,t} + e_{2,t}$$

$$y_t^{1.odhad} = y_t^{2.odhad} + e_{2,t}$$

$e_{1t}$  a  $e_{2t}$  sú iid, zero mean



## II. B. Málo indikátorov

### 3. Malý DFM

Výhody:

- Presnosť
- Odhad a prognóza HDP elegantne v 1 kroku
- Modelovanie revízií dát HDP
- Odhad mesačného HDP

Nevýhody:

- Ak zvyšujeme  $N$ , či  $T$  je nízky
  - treba robiť reštrikcie na parametroch, ktoré sú často ad hoc
- Do istej miery technicky náročné



## II. B. Málo indikátorov

### 4. U-MIDAS

Ako spomenuté vyššie, **U-MIDAS**:

$$Y_{t+1}^Q = \mu_0 + \mu_1 Y_t^Q + \sum_{i=1}^3 \beta_i X_{i,t}^H + u_{t+1}$$

Výhoda:

- Odhaduje sa iba 1 rovnica, iba pozorované veličiny

Nevýhoda:

- Viac ako  $N \times 3$  parametrov v 1 rovnici (potom: F-MIDAS?)
- Ako vybrať indikátory?





## II. B. Málo indikátorov

### 4. U-MIDAS



Referencie:

Froni, Marcellino, Schumacher (2012) CEPR WP, U.S. dáta (10)

## II. B. Málo indikátorov

### 5. Redukcia počtu indikátorov vo veľkých modeloch

- Môže to zvýšiť presnosť... (viď česká štúdia)
- Teoreticky možné, ale pozor:  
PC predpokladá:  $N, T \rightarrow \infty$
- Aký postup pri výbere indikátorov?



## III. Empirické výsledky



Stock, Watson (2002), JBES, dáta USA

Prognóza 8 mes. veličín: IP, tržby, zamest., inflácia, atď.

Počet indikátorov: 215

Časový interval: 1959 – 1998

Model: PC

Benchmark model: AR

Horizont: 6, 12, 24 mesiacov

MSE (benchmark =1.0): 0.6 - 0.7 (pre IP, podľa horizontu)  
pre ostatné progn. premenné horšie

## III. Empirické výsledky



Giannone, Reichlin, Sala (2005), NBER, dáta USA

Prognóza:	HDP, deflátor	
Počet indikátorov:	190	
Časový interval:	1959 – 2003	
Model:	2S-DFM	
Benchmark model:	historický priemer	
Horizonty:	0-4 Q	
RMSE (benchmark =1.0):	0.8 - 0.92	(HDP, +0 a +1 Q)
RMSE	1.8 – 2.2 !!!	

## III. Empirické výsledky



Barhoumi et al. (2008), ECB OP      dáta EA + 9 krajín EU

Prognóza:	HDP
Počet indikátorov:	80 - 393
Časový interval:	1991–2006
Model:	AR, VAR, BEQ, PC, 2S-DFM, GDFM
Benchmark model:	historický priemer
Horizonty:	0-2 Q
Výsledky:	FM presnejšie ako nefaktorové mod.



## III. Empirické výsledky

Barhoumi et al. (2008), ECB OP

dáta EA + 9 krajín EU

	EA agregát	EA priemer	NMS priemer
AR	0.82	0.99	0.91
VAR	0.81	0.97	0.95
BEQ	0.84	0.93	0.94
PC	0.71	0.83	1.14
2S-DFM	0.78	0.86	1.24
GDFM	0.91	0.91	0.90

**Ale: rozdiely medzi krajinami !!**



## III. Empirické výsledky



Marcellino, Schumacher (2010), Oxford B      dáta DE

Prognóza:	HDP
Počet indikátorov:	111
Časový interval:	1992 – 2006
Model:	AR, PC, F-MIDAS
Benchmark model:	historický priemer
Horizonty:	0-2 Q
Výsledky:	F-MIDAS presnejší ako Q – PC, AR F-MIDAS podobný ako 2S-DFM

# III. Empirické výsledky



Marcellino, Schumacher (2008),

dáta DE

Ranking	+0 Q	+1 Q	+2 Q
AR	3	2	1
Quarterly PC	2	3	3
F-MIDAS	1	1	1

Ďalšie výsledky:

F-MIDAS cca. rovnako presný ako 2S-DFM



## III. Empirické výsledky



Camacho, Perez-Quiros (2008)

dáta EA

Prognóza:

HDP

Počet indikátorov:

9

Časový interval:

1991–2006

Model:

malý DFM

Benchmark model:

historický priemer

Horizonty:

+0 Q

Výsledky:

DFM presnejší ako GDFM,

IFO, OECD, DG-ECFIN





## III. Empirické výsledky

Arnoštová et al. (2011)	dáta ČR
Počet indikátorov:	27-98
Časový interval:	2001–2009
Model:	AR, VAR, BEQ, PC, 2S-DFM, GDFM
Benchmark model:	MA(4)
Horizonty:	0-2 Q
Výsledky:	<p>expertná prognóza najpresnejšia +0 Q</p> <p>PC je najpresnejší z modelov</p> <p>je lepšie použiť menej indikátorov (27)</p> <p>s krízou či bez: dosť iné výsledky</p>

# III. Empirické výsledky



Arnoštová et al. (2011)      dáta ČR

Relat. RMSE	+1Q	+2Q	+3Q	Average
NTF	<b>0.67</b>	0.80	0.91	0.81
VAR	0.97	1.11	1.18	1.09
BEQ	0.69	0.92	1.06	0.90
PC	0.69	<b>0.68</b>	<b>0.90</b>	<b>0.76</b>
PC-Q	0.80	1.09	1.27	1.06
DFM	0.75	0.79	0.99	0.85
GDFM	1.04	0.93	0.98	0.98
Average forecast	0.81	0.86	0.95	0.88
PC - full panel	0.92	0.82	0.95	0.89
DFM - full panel	1.06	1.10	1.04	1.07
GDFM - full panel	1.09	0.98	1.01	1.02
AR(1)	1.10	1.14	1.09	1.11
historical mean	1.13	1.02	0.97	1.03
4Q averages	1.00	1.00	1.00	1.00

Note: RMSE-s are presented relative to the naive model of 4Q averages. The RMSE-s of NTF are expressed relative to the naive model run on unrevised GDP data.

## IV. Čo použiť pre Slovensko?

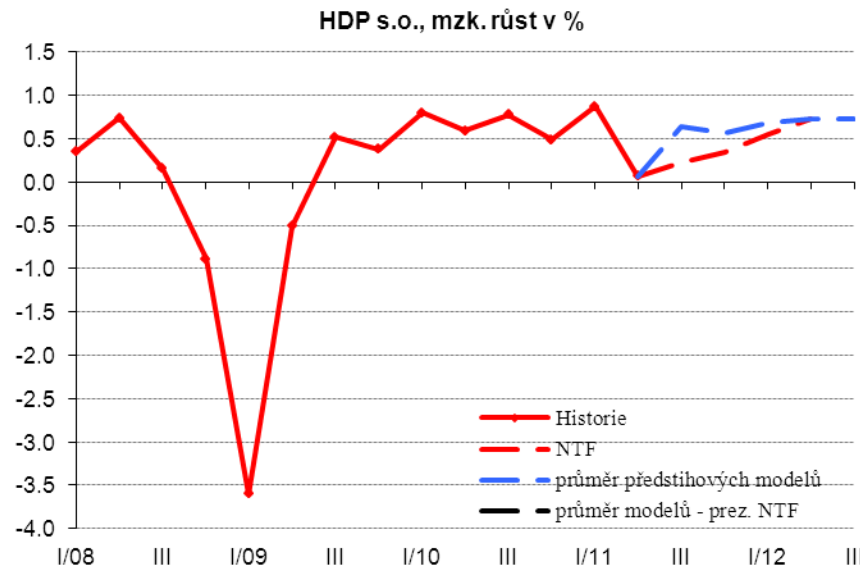
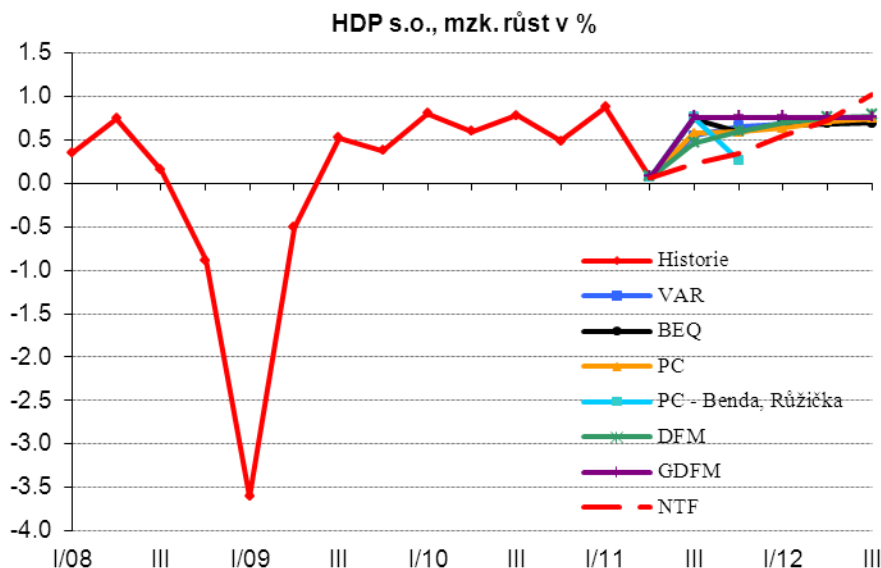


- Je málo indikátorov (cca. 30-40?)
- ... preto skôr malé modely: DFM, U-MIDAS
- ... z väčších max. tie jednoduchšie: PC, príp. 2S-DFM
- Modely používať ako benchmark pri expertnej prognóze
- Pravidelné aktualizácie:  
vplyvy nových mesač. dát na KD prognózu HDP

# IV. Čo použiť pre Slovensko?



Skúsenosti z ČNB: KD modely používané ako benchmark



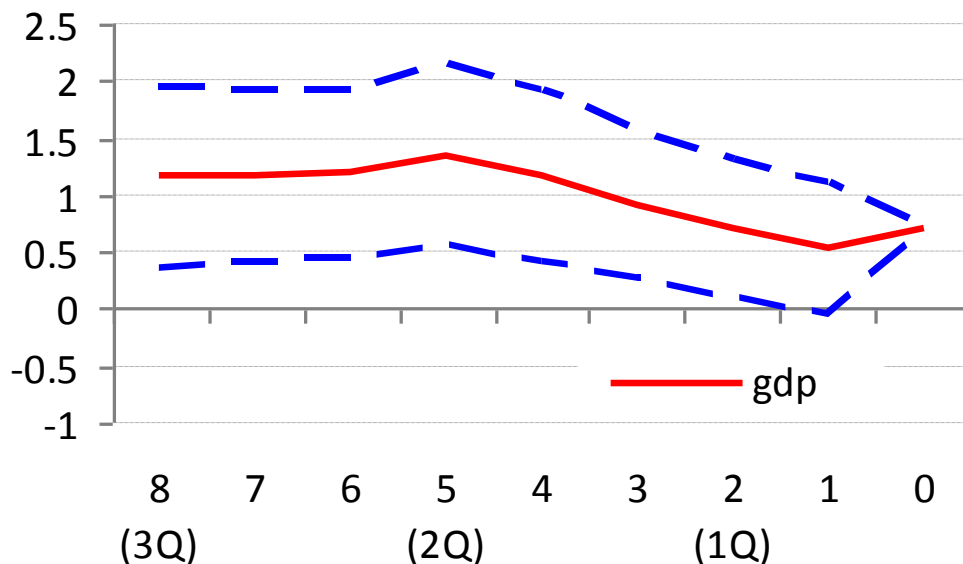
# IV. Čo použiť pre Slovensko?



Skúsenosti z ČNB:

Model PC, q-o-q rasty HDP,

priemerný RMSE: 1,0 p.b. !!!



# Otázky

